

Tag der Mathematik 2017

Einzelwettbewerb

Allgemeine Hinweise:

Als Hilfsmittel dürfen nur Schreibzeug, Geodreieck und Zirkel benutzt werden.
Taschenrechner sind nicht zugelassen.

Teamnummer	Name und Vorname

Die folgende Tabelle wird von den Korrektoren ausgefüllt.

Aufgabe	E 1	E 2	E 3	E 4	Summe
Mögliche Punktzahl	8	8	8	8	32
Erreichte Punktzahl					

Teamnummer	Name und Vorname

Aufgabe E 1 (8 Punkte)

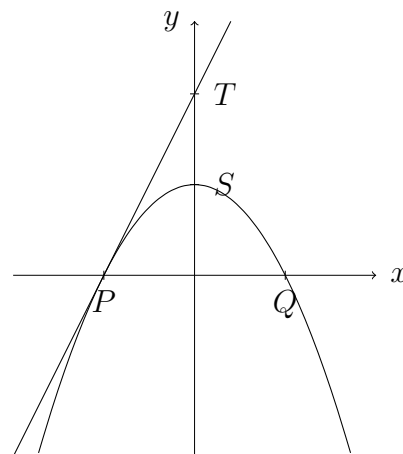
Die Parabel gegeben durch

$$f(x) = -ax^2 + c$$

mit $a > 0$ und $c > 0$ habe den Scheitel S sowie die Nullstellen P und Q . Die Tangente in P schneide die y -Achse in T .

Berechnen Sie das Verhältnis der Längen der Strecken $\overline{OS}$ und $\overline{ST}$.

(Dabei bezeichne O den Koordinatenursprung.)



Teamnummer	Name und Vorname

Aufgabe E 2 (8 Punkte)

Bestimmen Sie $u \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$ so, dass die Summe der Kehrwerte der Lösungen der Gleichung

$$u^2 x^2 + (u - 3)x + \frac{1}{u + 1} = 0$$

maximal wird.

Teamnummer	Name und Vorname

Aufgabe E 3 (8 Punkte)

Es seien n eine natürliche Zahl, $x = (1 + \frac{1}{n})^n$ und $y = (1 + \frac{1}{n})^{n+1}$.

Zeigen Sie:

$$y^x = x^y.$$

Teamnummer	Name und Vorname

Aufgabe E 4 (8 Punkte)

Aus drei gleichen Brettern der Breite b soll nach nebenstehender Skizze eine Dachrinne hergestellt werden.

Für welchen Neigungswinkel α der Seitenbretter ist die Querschnittsfläche am größten?

