

8. Übungsblatt zur Differentialgeometrie für die Fachrichtung Geodäsie (SS 2007)

1. Aufgabe (10 Punkte)

a) Es sei $\mathcal{F} : \vec{x}(u^1, u^2) \in G$ eine reguläre Fläche und $k_{\mathcal{F}}$ eine reguläre Flächenkurven. Zeigen Sie:

$k_{\mathcal{F}}$ ist genau dann Winkelhalbierende der Parameterlinien, wenn sie die Differentialgleichung

$$g_{11}(\dot{u}^1)^2 - g_{22}(\dot{u}^2)^2 = 0$$

erfüllt.

b) Bestimmen Sie die Winkelhalbierenden der Parameterlinien der Wendelfläche

$$\mathcal{F} : \vec{x}(u^1, u^2) = \begin{pmatrix} u^2 \cos u^1 \\ u^2 \sin u^1 \\ hu^1 \end{pmatrix}, (u^1, u^2) \in [0, 2\pi) \times \mathbb{R}, h > 0 \text{ konstant.}$$

2. Aufgabe (10 Punkte)

Gegeben sei die Wendelfläche

$$\mathcal{W} : \vec{x}(v^1, v^2) = \begin{pmatrix} v^2 \cos v^1 \\ v^2 \sin v^1 \\ av^1 \end{pmatrix}, a > 0, (v^1, v^2) \in \mathbb{R}^2.$$

Geben Sie eine Parametertransformation so an, dass \mathcal{W} mit isothermen Parametern parametrisiert ist.

3. Aufgabe (10 Punkte)

Zeigen Sie dass das Katenoid

$$\mathcal{K} : \vec{x}(u^1, u^2) = \begin{pmatrix} \cosh u^2 \cos u^1 \\ \cosh u^2 \sin u^1 \\ u^2 \end{pmatrix}, (u^1, u^2) \in [0, 2\pi) \times \mathbb{R}$$

und die Wendelfläche

$$\mathcal{W} : \vec{x}(v^1, v^2) = \begin{pmatrix} v^2 \cos v^1 \\ v^2 \sin v^1 \\ v^1 \end{pmatrix}, (v^1, v^2) \in [0, 2\pi) \times \mathbb{R}$$

isometrisch aufeinander abgebildet werden können. Geben Sie dazu eine Parametertransformation so an, dass die beiden Flächen auf gleiche Parameter bezogen sind und gleiche Fundamentalgroßen besitzen. (Bemerkung: Eine entsprechende Isometrie findet man als Animation im Internet unter: http://www.ag.jku.at/verbieg_dt.html)

4. Aufgabe (10 Punkte) Gegeben sei die Fläche

$$\mathcal{F} : \vec{x}(u^1, u^2) = \begin{pmatrix} u^1 \\ u^2 \\ e^{u^1} + e^{u^2} \end{pmatrix}, (u^1, u^2) \in \mathbb{R}^2.$$

Die durch $x_1 + x_2 + x_3 = 2$ gegebene Ebene schneidet \mathcal{F} in einer Kurve k , die $P = X(0, 0)$ enthält. Berechnen Sie in P die Tangente an k , die Normalkrümmung und die Krümmung.

ABGABE am Mittwoch, den 27. 6. 2007 vor den Übungen.